PRÁCTICO 5 LENGUAJES FORMALES: Grámaticas libres de contexto (CFGs) y Automatas de pila (PDAs)

Mauricio Velasco

1. Sea $\Sigma = \{a, b, (,), \cup, *, \emptyset\}$. Construya un CFG que genere todas las cadenas de Σ^* que sean expresiones regulares sobre $\{a, b\}$.

2. Sea $V = \{a, b, S, A, B\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ y defina R mediante las reglas

$$\begin{cases} S \to aB \\ S \to bA \\ A \to a \\ A \to aS \\ A \to BAA \\ B \to b \\ B \to bS \\ B \to ABB \end{cases}$$

   a) Demuestre que $ababba \in L(G)$

   b) Muestre que $L(G)$ es el conjunto de todas las cadenas no vacias que tienen la misma cantidad de ocurrencias de a y de b.

3. Demuestren que el conjunto de lenguajes generados por algun CFG (o equiv. aceptados por algun PDA) cumple:

   a) Es cerrada bajo las operaciones de unión, concatenación y estrella de Kleene.

   b) No es cerrada ni bajo intersección ni bajo complementos (Nota: Esto requiere construir contraejemplos explícitos y usar alguna versión del pumping lemma para CFGs).

4. Considere el PDA M con $K = \{s, f\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a\}$ y con Δ dado por

$$\{[(s,a,e),(s,a)],[(s,b,e),(s,a)],[(s,a,e),(f,e)],[(f,a,a),(f,e)],[(f,b,a),(f,e)]\}$$

   a) Escriba todas las posibles sucesiones de transiciones de M con input *aba*.
   b) Demuestre que $aba, aa, bb \notin L(M)$ pero $baa, bab, baaa \in L(M)$.
   c) Describa $L(M)$ en palabras.

5. Construya PDAs que acepten cada uno de los siguientes lenguajes del alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$:

   a) El lenguaje $\{a^m b^n : m \leq n \leq 2m, m \in \mathbb{N}\}$
   b) El lenguaje $\{w \in \Sigma^* : w = w^R\}$ donde w^R denota la palabra reversa.
   c) El lenguaje

$$\{w \in \Sigma^* : w \text{ tiene el doble de } b\text{'s que de } a\text{'s}\}$$

6. Sea M un PDA. El *lenguaje aceptado por M con estado final $f_0 \in F$* se define como

$$L_{f_0}(M) := \{w \in \Sigma^* : (s, w, \epsilon) \vdash (f_0, \epsilon, \alpha) \text{ para algún } \alpha \in \Gamma^*\}$$

   Demuestre que existe un PDA M' con $L(M') = L(M_{f_0})$.